Vitesse du L-mouvement brownien branchant

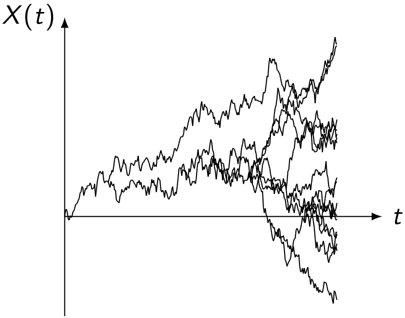
Michel Pain
Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires (UPMC)

17 mai 2016
Les Probabilités de Demain

Mouvement brownien branchant standard

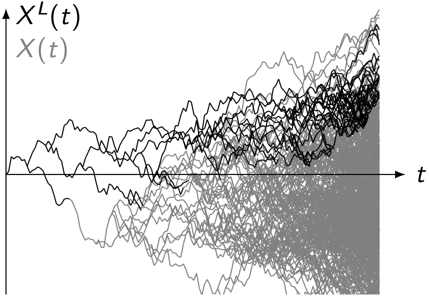
Définition du MBB :

- Une particule initiale en 0.
- Chaque particule suit un mouvement brownien pendant un temps de vie exponentiel.
- À sa mort, une particule a 2 enfants.



L-mouvement brownien branchant

Pour définir le L-MBB, on ajoute une règle de sélection : toute particule à une distance au moins L de la plus haute est tuée (Brunet, Derrida, Mueller et Munier (2006)).
Difficulté : on introduit une interaction entre les particules.



D'autres règles de sélection :

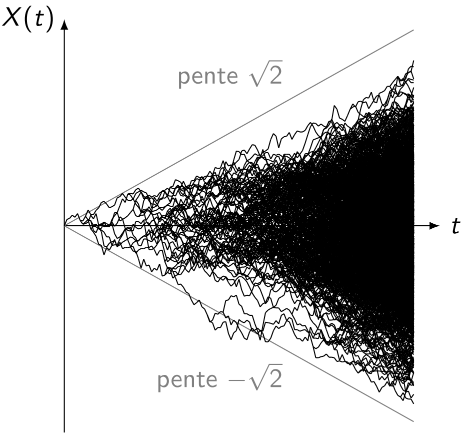
- Sélection par une droite (Kesten (1978), Harris, Harris et Kyprianou (2006), Berestycki, Berestycki et Schweinsberg (2011,2013)).
- Le N-MBB avec une limitation à N particules (Bérard et Gouéré (2010), Bérard et Maillard (2014), Maillard (2015), Mallein (2015)).

Cas du MBB standard

Vitesses de la particule la plus haute et la plus basse du MBB sans sélection :

$$\frac{1}{t}\max X(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} \sqrt{2} \text{ p.s.}$$

$$\frac{1}{t}\min X(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} -\sqrt{2} \text{ p.s.}$$

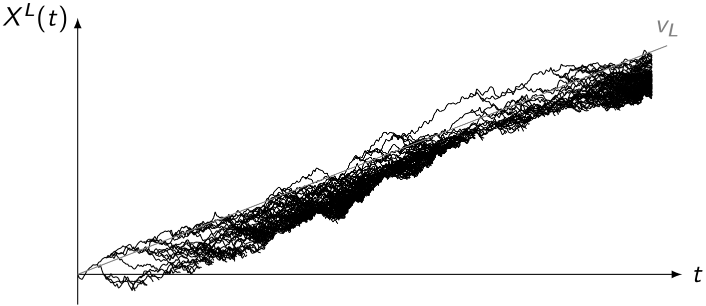


Existence de la vitesse v_L du L-MBB

Proposition

Pour tout $L > 0$*, il existe* $v_L \in \mathbb{R}$ *telle que*

$$\frac{1}{t} \max X^L(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} v_L \ \textit{p.s.}$$



Développement asymptotique de v_L

Théorème (P. 2016)

On a le développement, quand $L \to \infty$,

$$v_L = \sqrt{2} - \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}L^2} + o\left(\frac{1}{L^2}\right).$$

Cela confirme une part des conjectures de Brunet, Derrida, Mueller et Munier (2006) qui donnent

$$v_L = \sqrt{2} - \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}L^2} + \frac{3\pi^2 \log L}{2L^3} + o\left(\frac{\log L}{L^3}\right).$$

L'analogue de ce résultat pour la vitesse v_N du N-MBB a été montré par Bérard et Gouéré (2010). On passe de l'un à l'autre en prenant $N = \mathrm{e}^{\sqrt{2}L}$.

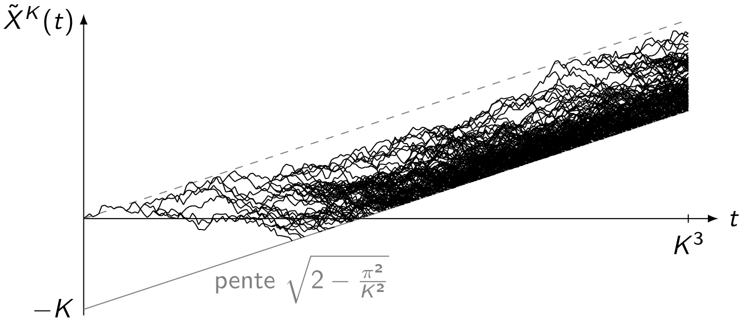
Existence de v_L

Démonstration de l'existence de v_L :

- Quand il y a énormément de particules, le maximum monte très vite et une grande proportion des particules est tuée.
- On revient à une population de taille 1 en un temps sous-exponentiel.
- On applique la loi des grands nombres aux morceaux i.i.d. délimités par les temps de retour à une population de taille 1.

Développement de v_L

Résultats de Berestycki, Berestycki et Schweinsberg (2011, 2013) : sélection par une droite dans le cas presque-critique.



On étudie le L-MBB sur des intervalles de temps d'ordre L^3 délimités par des temps d'arrêt et on le compare au MBB avec sélection par une droite pour $K = L \pm \varepsilon L$.

Merci pour votre attention !